



UNIVERSITÀ DEL SALENTO
FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE,
FISICHE E NATURALI
CONSIGLIO DIDATTICO DI MATEMATICA

Laurea Magistrale in Matematica

Programmi dei corsi

Anno Accademico 2017-2018

Indice

1.1	Istituzioni di Analisi superiore I (Advanced Mathematical Analysis I)	2
1.2	Istituzioni di Geometria Superiore (Principles of Higher Geometry)	4
1.3	Istituzioni di Fisica Matematica (Principles of Mathematical Physics)	6
1.4	Istituzioni di Algebra Superiore (Principles of Advanced Algebra)	8
1.5	Istituzioni di Analisi superiore II (Advanced Mathematical Analysis II)	11
1.6	Analisi numerica (Numerical Analysis)	13
1.7	Algorithmic Game Theory	17
1.8	Meccanica Razionale e dei Continui (Rational and Continuum Mechanics)	19
1.9	Introduzione alla teoria della relatività e alla meccanica quantistica (Introduction to Quantum Mechanics and Special Relativity)	21
1.10	Probabilità	25
1.11	Geometria Differenziale (Differential Geometry)	27
1.12	Teoria dei codici (Code Theory)	29
1.13	Matematica per la Finanza (Mathematical Methods for Finance)	31
1.14	Data Mining	35
1.15	Advanced Control Techniques	39
2.16	Ottimizzazione Combinatoria (Combinatorial Optimization)	41
2.17	Statistica Applicata (Applied Statistics)	44
2.18	Algoritmi e complessità (Algorithms and Computational Complexity)	47
2.19	Algebra Combinatoria (Combinatoric Algebra)	49
2.20	Algebra Superiore (Advanced Algebra)	50
2.21	Analisi Funzionale (Functional Analysis)	53
2.22	Equazioni alle derivate parziali (Partial differential equations)	55

I anno

1.1 Istituzioni di Analisi superiore I (Advanced Mathematical Analysis I)

Semestre: I CFU: 6 Ore: 42 SSD: MAT/05

Docente: Diego Pallara

Breve presentazione e obiettivi del corso (in italiano e in inglese):

Introduzione alla teoria della misura, spazi L^p e spazi di Hilbert e di Banach.

Measure theory, L^p spaces, Hilbert and Banach spaces.

Programma dettagliato delle lezioni:

Misure positive, teorema di estensione, costruzione della misura di Lebesgue. Integrazione in uno spazio con misura. Teoremi di passaggio al limite sotto il segno di integrale. Teorema di Fubini, cambiamento di variabili, teorema di Egoroff. Funzioni assolutamente continue. Spazi di Banach: prime definizioni (norma, completezza, separabilità) Spazi L^p , proprietà e diseguaglianze fondamentali. Convoluzione e regolarizzazione. Trasformata di Fourier. Spazi di Hilbert.

Programma delle lezioni (in inglese):

Positive measures, extension theorem, Lebesgue measure. Integration in measure spaces. Levi, Fatou, dominated convergence, Fubini theorems. Change of variables, Egoroff theorem. Absolute continuous functions. Basic Banach and Hilbert spaces. L^p spaces, convolution. Fourier transform.

Prerequisiti:

Analisi matematica di base; topologia generale; algebra lineare.

Testi di riferimento:

Haïm Brézis: *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*,

Springer 2010.

A.N. Kolmogorov, S.V. Fomin: *Elementi di teoria delle funzioni e di Analisi Funzionale*,
MIR 1980.

E. Lieb, M. Loss: *Analysis*, AMS 2001.

Metodi d'esame:

Una prova scritta e una prova orale.

Orario di ricevimento: L'orario di ricevimento è pubblicato sulla pagina

https://www.matfis.unisalento.it/scheda_personale/ – [/people/diego.pallara](https://www.matfis.unisalento.it/people/diego.pallara)

1.2 Istituzioni di Geometria Superiore (Principles of Higher Geometry)

Semestre: I CFU: 9 Ore: 63 SSD: MAT/05

Docente: Giovanni Calvaruso

Breve presentazione e obiettivi del corso: Il corso ha come finalità l'introduzione delle nozioni fondamentali di Topologia Algebrica e relative applicazioni.

The course is an introduction to the basic notions of Algebraic topology and their applications.

Programma delle lezioni: Il corso si compone delle seguenti parti:

- Gruppo Fondamentale di Poincaré: Cammini, omotopia di funzioni e di cammini, spazi contraibili, definizione del gruppo fondamentale, spazi semplicemente connessi, applicazioni.
- Spazi di Rivestimento: spazi di rivestimento, sollevamento di funzioni, relazione tra i gruppi fondamentali di uno spazio di rivestimento e dello spazio rivestito, rivestimenti definiti da gruppi di omeomorfismi ad azione propriamente discontinua, applicazioni.
- Gruppi di Omologia Simpliciale: introduzione dei semplici e dei complessi simpliciali e relative proprietà geometriche e topologiche, operatore bordo, gruppi di omologia simpliciale, caratteristica di Eulero-Poincaré, applicazioni.
- Superfici Connesse Compatte: superfici con e senza bordo, carte locali e atlanti, classificazione delle superfici connesse compatte, rappresentazione tramite regioni poligonali, caratteristica di Eulero-Poincaré delle superfici connesse compatte, applicazioni, geometrie omogenee sulle superfici connesse compatte.

The course covers the following topics:

- *The fundamental Group: paths, homotopy of functions and paths, contractible spaces, the fundamental group, simply connected spaces, applications.*

- *Covering spaces: definition, lifts of functions, relationship between the fundamental groups of the covering and the covered spaces, applications.*
- *Omology Groups: introduction of simplexes and symplcial complexes and their geometric and topological properties, the border operator, homology groups, Euler characteristic, applications.*
- *Compact Connected Surfaces: surfaces (with and without border), local charts and atlas, classification of compact connected surfaces, Euler characteristic of complex connected surfaces, applications, homogeneous geometries on compact connected surfaces.*

Prerequisiti: Nozioni fondamentali di Topologia, Algebra, Analisi

Testi di riferimento:

Appunti delle lezioni

Metodi d'esame: Prova orale

Orario di ricevimento: Mercoledì 11-13

1.3 Istituzioni di Fisica Matematica (Principles of Mathematical Physics)

Semestre: I CFU: 9 Ore: 63 SSD: MAT/07

Docente: Raffaele Vitolo

Breve presentazione e obiettivi del corso: Introduzione alla teoria delle equazioni differenziali alle derivate parziali. Principali esempi e metodi di soluzione esatti ed approssimati.

Introduction to the theory of partial differential equations. Main examples and exact and approximate solution methods.

Programma dettagliato delle lezioni:

- [1]. Onde lineari e non lineari
- [2]. Serie di Fourier
- [3]. Separazione di variabili
- [4]. Trasformate di Fourier
- [5]. Funzioni generalizzate e funzioni di Green
- [6]. Equazioni di evoluzioni lineari e non lineari

Tutti gli argomenti del programma saranno accompagnati da esempi di soluzione di equazioni differenziali alle derivate parziali, anche svolti mediante programmi di calcolo simbolico.

Programma delle lezioni (in inglese):

- [1]. Linear and non-linear waves
- [2]. Fourier series
- [3]. Separation of variables

- [4]. Fourier transform
- [5]. Generalized functions and Green's functions
- [6]. Linear and non-linear evolution equations

All topics will be illustrated by examples of solutions of partial differential equations, also solved through symbolic computation software.

Prerequisites: Analisi delle funzioni di una o più variabili reali; equazioni differenziali ordinarie; algebra lineare elementare.

Calculus of functions of one or more variables; ordinary differential equations; elementary linear algebra.

Propedeuticità: Analisi I e II, Geometria I.

Testi di riferimento:

P. Olver, Introduction to Partial Differential Equations, Undergraduate texts in Mathematics, Springer 2014.

W. Strauss, Partial differential equations, J. Wiley, 1992.

Metodi d'esame: Esame orale su tutti gli argomenti esposti a lezione, con lo svolgimento di un semplice esercizio con carta e penna o col calcolatore.

Oral exam on all lecture topics plus solving a simple exercise with pen and paper or by computer.

Orario di ricevimento: Mercoledì dalle 10 alle 12.

1.4 Istituzioni di Algebra Superiore (Principles of Advanced Algebra)

Semestre: II CFU: 9 Ore: 63 SSD: MAT/02

Docente: Francesco CATINO

Breve presentazione e obiettivi del corso: Il corso ha come obiettivo principale l'acquisizione di competenze avanzate nell'ambito della Teoria dei Gruppi. Particolare cura è data alla comprensione delle argomentazioni e al rigore nella presentazione dei concetti e dei ragionamenti.

The main objective of the course is the acquisition of advanced skills in the context of Group Theory. Particular attention is given to the understanding of the arguments and rigor in the presentation of the concepts and reasoning.

Programma delle lezioni: Richiami sui gruppi ciclici. Automorfismi interni di un gruppo. Azioni di un gruppo. I teoremi di Sylow. Prodotti semidiretti di gruppi. Serie di un gruppo. Raffinamento di una serie. Serie di composizione. Serie equivalenti. Lemma di Zassenhaus. Caratterizzazione delle serie di composizione. Teorema di Schreier e teorema di Jordan- Holder. Gruppi risolubili: definizioni ed esempi. Proprietà elementari dei commutatori. Catena derivata di un gruppo risolubile. Proprietà di chiusura dei gruppi risolubili. Caratterizzazione dei gruppi simmetrici risolubili. Casi particolari del teorema di Burnside. Definizione di cociclo ed esempi. Proprietà del nucleo di un cociclo. Il cociclo di Wielandt e sue proprietà. Lemma di Gaschutz. Theorema di Scur-Zassenhaus. Gruppi nilpotenti: definizione ed esempi. Identità di Hall-Witt. La serie centrale superiore e la serie centrale inferiore. Relazione tra la classe di nilpotenza e la lunghezza derivata di un gruppo nilpotente. Proprietà di chiusura dei gruppi nilpotenti. Un teorema di P.Hall. Il teorema principale dei gruppi nilpotenti finiti. Il sottogruppo di Frattini di un gruppo e sue caratterizzazioni. I teoremi di Frattini, di Gaschutz e di Wielandt. Il sottogruppo di Fitting di un gruppo finito. Alcuni risultati del sottogruppo di Fitting nei gruppi risolubili. Basi di Sylow di un gruppo finito. Semplicità del gruppo alterno di grado cinque. Il gruppo alterno di grado cinque come gruppo privo di basi di Sylow. Il lemma di P.

Hall sulle basi di Sylow di un gruppo risolubile. I sottogruppi di Hall di un gruppo finito: definizione ed esempi. Alcune proprietà dei sottogruppi di Hall. Teorema di Hall per i gruppi risolubili finiti.

Basic concepts on cyclic groups. Inner automorphisms of a group. Actions of a group. The Sylow's theorems. Semidirect product. Series of a group. Refinement of a series. Composition series. Zassenhaus' Lemma, Scheirer's Theorem and Jordan-Holder's Theorem. Solvable groups: definition and examples. Basic properties on commutators. Derived series of a solvable group. Solvable symmetric groups. Special cases of Burnside's Theorem. Definition of cocycle and examples. Kernel of a cocycle. The Wielandt's cocycle and its properties. Gaschutz's Lemma and Schur-Zassenhaus Theorem. Nilpotent groups: definition and examples. Identity of Hall-Witt. The Lower and Upper Central Series of a nilpotent group. Connection between nilpotency class and derived length of a nilpotent group. A theorem of P. Hall. Characterizations of Finite Nilpotent Groups. The Frattini's subgroup of a group and its properties. The theorems of Frattini, Gaschutz and Wielandt. The Fitting's subgroup of finite group. Some results on Fitting's subgroup of solvable group. Sylow bases of finite group. Sylow bases of alternating group on five elements. A lemma of P. Hall on Sylow bases. Hall's subgroup of finite group: definition and example, Some properties of Hall's subgroups. Hall's theorem on solvable finite groups.

Prerequisiti: Una buona conoscenza e padronanza dei concetti di base dell'Algebra.

Risultati di apprendimento previsti:

- conoscenze da acquisire:

Risultati fondamentali e avanzati di Teoria dei Gruppi e problematiche di ricerca classiche e attuali.

- abilità da acquisire:

* essere in grado di produrre dimostrazioni rigorose, utilizzando con maturità le varie tecniche dimostrative.

* essere in grado di formalizzare e risolvere matematicamente problemi di moderata difficoltà nell'ambito della Teoria dei Gruppi.

* essere capaci di leggere e comprendere, in modo autonomo, testi avanzati e articoli di ricerca nell'ambito della Teoria dei Gruppi.

Testi di riferimento:

Robinson, J.S. A Course in the Theory of Groups, Springer-Verlag, New-York, 1996

Machì, A., Gruppi, Spinger-Verlag Italia, 2007

Metodi d'esame: Prova orale

Orario di ricevimento: Per appuntamento.

1.5 Istituzioni di Analisi superiore II (Advanced Mathematical Analysis II)

Semestre: II CFU: 6 Ore: 42 SSD:MAT/05

Docente: Michele Carriero

Breve presentazione e obiettivi del corso (in italiano e in inglese):

Spazi di Banach, operatori lineari, alternativa di Fredholm.

Banach spaces, linear operators, Fredholm theory.

Programma dettagliato delle lezioni:

Spazi di Banach. I teoremi di Hahn-Banach: forma analitica del teorema di Hahn-Banach (prolungamento di forme lineari); forme geometriche del teorema di Hahn-Banach. Compattezza in spazi metrici. Teorema di Ascoli-Arzelá. Il lemma di Baire. I teoremi di Banach-Steinhaus, dell'applicazione aperta e del grafico chiuso. Spazi duali: applicazione agli spazi L^p . Operatore aggiunto. Operatori compatti. La teoria di Riesz-Fredholm. Spettro di un operatore compatto. Decomposizione spettrale degli operatori autoaggiunti compatti.

Programma delle lezioni (in inglese):

Banach spaces. The analytic form of the Hahn-Banach theorem (extension of linear functionals). The geometric form of the Hahn-Banach theorem. Compactness in metric spaces. Theorem of Ascoli-Arzelá. The Baire category theorem. The Uniform Boundedness Principle, the Open Mapping Theorem and the Closed Graph Theorem. Dual spaces of the L^p spaces. Adjoint operator. Compact operator. The Riesz-Fredholm Theory. The spectrum of a compact operator. Spectral decomposition of self-adjoint compact operators.

Prerequisiti:

Analisi matematica di base, topologia generale, algebra lineare.

Propedeuticità:

Istituzioni di Analisi superiore I.

Testi di riferimento:

H. Brezis: *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*, Springer 2010.

A. Bressan: *Lecture Notes on Functional Analysis with applications to linear partial differential equations*, vol. 143 AMS 2013

A.N. Kolmogorov, S.V. Fomin: *Elementi di teoria delle funzioni e di Analisi Funzionale*, MIR 1980.

Metodi d'esame:

Prova orale di teoria con esercizi.

Orario di ricevimento: Orario di ricevimento pubblicato sulla pagina

<https://www.matfis.unisalento.it/schedapersonale/-/people/michele.carriero>

1.6 Analisi numerica (Numerical Analysis)

Semestre: I CFU: 9 Ore: 63 SSD: MAT/08

Docente: Ivonne Sgura

Breve presentazione e obiettivi del corso: Il corso consiste nello studio di metodi numerici per la risoluzione di alcuni problemi matematici in scienze ed ingegneria. Si prevedono esercitazioni al calcolatore per sperimentare i vari concetti visti nella parte teorica del corso e per l'implementazione dei metodi numerici studiati. Per tale scopo l'ambiente di lavoro sarà il programma di Calcolo Scientifico Matlab.

The course deals with some techniques for the efficient numerical solution of problems in science and engineering. Topics spanned are interpolation, approximation of functions, integration, differential equations. Stability, accuracy and computational complexity of the numerical methods will be carefully analysed. Part of the course consists in the implementation of the methods, in order to demonstrate their performances on examples and counterexamples on a computer. For this goal, the students will follow Laboratory lectures and will use the MatLab program for scientific calculus.

Programma delle lezioni:

A) Interpolazione ed approssimazione: Interpolazione polinomiale: matrice di Vandermonde e polinomio di Lagrange. Stima dell'errore di interpolazione su nodi equidistanti e su nodi di Chebychev. Fenomeno di Runge. Polinomio interpolante di Newton. Differenze divise e loro proprietà. Interpolazione a tratti: costruzione della spline cubica e sue proprietà di convergenza. Approssimazione di dati nel senso dei minimi quadrati: caso lineare ed equazioni normali. Interpolazione trigonometrica: trasformata discreta di Fourier (DFT, FFT) e sue applicazioni.

B) Formule di quadratura: Formule interpolatorie: stima dell'errore, grado di precisione, proprietà di stabilità. Formule di Newton-Cotes. Metodo dei trapezi e di Cavalieri-Simpson e loro formule composte. Estrapolazione di Richardson e controllo automatico dell'errore. Cenni sui polinomi ortogonali e loro proprietà. Formule gaussiane: grado mas-

simo di precisione, stima dell'errore, calcolo dei nodi e dei pesi per le formule di Legendre, Chebychev, Laguerre; formule di Gauss-Radau e Gauss-Lobatto.

C) Metodi numerici per Equazioni Differenziali Ordinarie a Valori Iniziali (Pb. di Cauchy): Metodi espliciti a un passo, errore di troncamento, consistenza. Convergenza e zero-stabilità. Metodi di Eulero esplicito ed implicito. Metodo dei Trapezi e di Heun. Assoluta stabilità. Equazione test e regioni di assoluta stabilità. Richiami su equazioni alle differenze lineari a coefficienti costanti. Metodi Lineari Multistep: definizione, errore di troncamento, condizioni di ordine. Metodo del Midpoint, metodo di Simpson. Zero-stabilità e convergenza. Prima e seconda barriera di Dahlquist. Metodi di Adams espliciti ed impliciti, metodi di Nystrom e metodi BDF. Assoluta stabilità di un metodo Multistep. Definizione e calcolo del boundary locus. Cenni sui metodi predittore-correttore e sulle tecniche adattive. Metodi Runge-Kutta. Metodi espliciti: consistenza, condizioni di ordine, convergenza, funzione di stabilità, assoluta stabilità. Metodi impliciti: costruzione delle formule gaussiane come metodi di collocazione. Problemi stiff. Risoluzione di sistemi di equazioni.

Il Corso prevede circa 25 ore di esercitazione da svolgersi nel Laboratorio informatico. Le esercitazioni riguarderanno la programmazione in Matlab di molti metodi studiati in teoria, numerosi esercizi, alcuni esempi di carattere applicativo.

A) Interpolation and Approximation. Polynomial Interpolation: canonical basis and Vandermonde system. Lagrange basis. The Interpolation Error: equally spaced nodes, Chebychev nodes and Runge's counter-example. Stability of Polynomial Interpolation and Lebesgue constant. Newton Form of the Interpolating Polynomial. Divided Differences and their properties. Piecewise Lagrange Interpolation: Hermite Interpolation, approximation by Splines. Interpolatory Cubic Splines and their properties. Linear and nonlinear least square problems. Trigonometric interpolation: Discrete Fourier Transform (DFT). Fast Fourier Transform (FFT): properties and applications.

B) Numerical Integration. Basic Quadrature Formulae: Midpoint or Rectangle formula, Trapezoidal formula. Interpolatory Quadrature: definition, properties, order precision. An

example: the Cavalieri-Simpson Formula. Newton-Cotes Formulae. Composite Newton-Cotes Formulae. Composite Trapezoidal and Simpson methods and their convergence. Richardson Extrapolation and error estimate. Orthogonal Polynomials: definition and properties. Some examples: Chebyshev and Legendre polynomials. Gaussian Integration: high order, error estimate, construction of nodes and weights by eigenvalues/eigenvectors computation. Gauss-Legendre and Gauss-Chebyshev methods. Integration over Unbounded Intervals: Gauss-Laguerre and Gauss-Hermite formulae. Pre-fixed nodes: Gauss-Lobatto and Gauss-Radau.

C) Numerical Solution of Ordinary Differential Equations (ODE) The Cauchy Problem. One-Step Numerical Methods: definition of explicit and implicit schemes, truncation error, the zero-Stability. Convergence Analysis and order of convergence. Euler, Trapezoidal and Heun methods. The Absolute Stability: test equation, regions of absolute stability and stepsize restrictions. Difference Equations. Linear Multistep Methods: Midpoint and Simpson methods. Consistency and order conditions, stability polynomials. Zero-stability and the Root Condition. First Dahlquist's barrier. Convergence Analysis. Absolute Stability and Strong Root Condition. Second Dahlquist's barrier. Explicit and Implicit Adams methods. BDF methods. Predictor-Corrector Methods. Boundary locus to find stability regions. Runge-Kutta Methods. Derivation of an Explicit RK Method. Order conditions, convergence, stability function and absolute stability. Implicit RK Methods: construction as collocation methods on gaussian nodes. High order and A-stability properties. Stiff Problems. Systems of ODEs.

Computer classes are almost a third of the course and concern Matlab programming of most of the methods. Several exercises will be presented to experiment the key concepts of errors, convergence, order convergence and stability. Some examples of applicative problems will be also provided.

Prerequisites: Conoscenze di analisi (integrali, equazioni differenziali). Conoscenze di base di Calcolo Numerico (risoluzione di sistemi lineari, metodi iterativi per zeri di funzione). Programmazione di base in Matlab.

Testi di riferimento:

R. Bevilacqua, D. Bini, M. Capovani, O. Menchi. Metodi numerici. Zanichelli Ed. 1997

A. Quarteroni, R. Sacco, F. Saleri. Matematica Numerica, 2a Ed. Springer, 2000

3. Hairer-Wanner Solving Ordinary Differential Equations vol.I-II, 2nd Ed. Springer

4. Altri appunti forniti dal docente

Metodi d'esame: Oltre alla prova orale, si richiede che gli studenti sviluppino un progetto al calcolatore su alcuni problemi proposti dal docente alla fine del corso. I progetti riguardano i tre temi principali del corso.

Orario di ricevimento: Consultare la pagina web del docente

https://www.unisalento.it/web/guest/scheda_personale/-/people/ivonne,sgura

o su appuntamento concordato per email.

1.7 Algorithmic Game Theory

Semestre: I CFU: 6 Ore: 42 SSD: INF/01

Docente: Vittorio Bilò

Breve presentazione e obiettivi del corso:

L'obiettivo del corso è quello di fornire una breve introduzione alla Teoria Algoritmica dei Giochi: un'area di ricerca, nata alla fine dello scorso millennio, che si pone all'intersezione tra la Teoria dei Giochi e la Teoria degli Algoritmi e della Complessità Computazionale. Ci concentreremo sugli aspetti più squisitamente matematici della materia, dando particolare enfasi allo studio dell'efficienza di soluzioni poste in essere da agenti egoisti e non cooperativi in alcuni giochi di interesse sia pratico che teorico.

The final task of this course is to provide a brief introduction to Algorithmic Game Theory: a research topic, born at the end of the last millennium, which lies at the intersection between Game Theory and the Theory of Algorithms and Computational Complexity. We shall focus mostly on the mathematical aspects of this area, by giving special emphasis to the study of the inefficiency of solutions generated by selfish and non-cooperative agents in some games of either theoretical and practical interest.

Programma delle lezioni:

1. Introduzione alla Teoria dei Giochi

Definizioni preliminari. Principali concettiolutivi: equilibri in strategie dominanti, equilibri di Nash in strategie pure e miste, equilibri di Nash forti, turni di contromosse migliori e loro versioni approssimate. Classi speciali di giochi: giochi di congestione e giochi con potenziale.

2. Efficienza di soluzioni non cooperative

Prezzo dell'anarchia e prezzo della stabilità, rapporto di approssimazione dei turni di contromosse migliori e loro versioni approssimate. Risultati per classi speciali di giochi: giochi di condivisione dei costi su reti, giochi di congestione lineari, giochi di taglio, giochi edonici frazionari, giochi di formazione dell'opinione, aste online, giochi di impacchettamento, giochi di bilanciamento del carico, giochi di isolamento.

3. Meccanismi migliorativi dell'efficienza di soluzioni non cooperative Strategie di Stackelberg nei giochi di congestione lineari. Tassazione delle risorse nei giochi di congestione lineari.

4. Altri modelli

Giocatori altruisti nei giochi di congestione lineari. L'effetto del contesto sociale nei giochi di congestione lineari.

1. Introduction to Game Theory

Preliminary definitions. Main solution concepts: dominant strategy equilibria, pure and mixed Nash equilibria, Strong Nash equilibria, sequences of best-responses and their approximate versions. Special classes of games: congestion games and potential games.

2. Efficiency of non-cooperative solutions

Price of anarchy and price of stability, approximation ratio of sequences of best-responses and their approximate versions. Results for special classes of games: network cost sharing games, affine congestion games, cut games, fractional hedonic games, opinion formation games, auctions, bin packing games, load balancing games, isolation games.

3. Mechanisms to improve the efficiency of non-cooperative solutions Stackelberg strategies in affine congestion games. Taxes in affine congestion games.

4. Other models

Altruistic players in affine congestion games. Social context affine congestion games.

Prerequisiti: solide basi matematiche (analisi, algebra, geometria, probabilità), ottima conoscenza della programmazione lineare e della teoria della dualità, buona conoscenza della teoria dei grafi.

Testi di riferimento: dispense del docente.

Metodi d'esame: prova scritta.

Orario di ricevimento: per appuntamento.

1.8 Meccanica Razionale e dei Continui (Rational and Continuum Mechanics)

Semestre: II CFU: 9 Ore: 63 SSD: MAT/08

Docenti: Gaetano Napoli (42 ore); Raffaele Vitolo (21 ore).

Breve presentazione e obiettivi del corso :

L'insegnamento ha la finalità di introdurre gli studenti ai concetti matematici alla base della modellazione dei materiali continui. L'obiettivo principale sarà quello di fornire un approccio fisico-matematico unitario allo studio della meccanica di mezzi continui, ed all'interno di questo caratterizzare le principali classi di materiali.

Alla fine del corso le principali conoscenze acquisite saranno:

- saper formulare problemi ai limiti per lo studio del moto di fluidi o solidi;
- essere in grado di determinare la soluzione esplicita nel caso di moti particolarmente semplici;
- saper presentare oralmente gli argomenti trattati nel corso con un linguaggio scientifico appropriato e un formalismo fisico-matematico corretto.

The module is aimed at introducing the students to the mathematical concepts that underlay the mathematical modelling of continuum mechanics. The main task is to provide a unitary Mathematical Physics approach to continuum mechanics. Within this framework the main classes of materials will be characterized.

At the end of the module the students will:

- know how to formulate boundary value problems for studying fluid or solid body motion;
- be able to determine the explicit solution in the case of simple motions;
- be able to present the topics of the module using the appropriate mathematical and physical formalism.

Programma dettagliato delle lezioni:

Cinematica e dinamica del corpo rigido. Richiami di calcolo tensoriale e differenziale. Cinematica dei continui. Analisi delle deformazioni e dei moti. Sforzi. Teorema di Cauchy. Equazioni di bilancio. Equazioni costitutive. Elasticità finita. Elasticità lineare. Meccanica dei fluidi. Fluidi viscosi. Equazione di Navier-Stokes.

Programma delle lezioni (in inglese):

Kinematics and dynamics of rigid bodies. Elements of differential and tensor calculus. Kinematics. Analysis of deformations and motions. Stress. Cauchy Theorem. Balance equations. Constitutive equations. Finite elasticity. Linear elasticity. Fluid mechanics. Viscous fluids. Navier-Stokes equation.

Prerequisiti: È richiesta la conoscenza dei fondamenti di calcolo differenziale e integrale in più variabili e di equazioni differenziali alle derivate parziali.

Testi di riferimento:

[1] M. E. Gurtin, An Introduction to Continuum Mechanics, Academic Press, 1981.

[2] P. Biscari, T. Ruggeri, G. Saccomandi, M. Vianello, Meccanica Razionale, Springer, 2016.

Metodi d'esame: Colloquio orale, previo svolgimento di un semplice esercizio.

Orario di ricevimento: Mercoledì dalle 10 alle 12.

1.9 Introduzione alla teoria della relatività e alla meccanica quantistica (Introduction to Quantum Mechanics and Special Relativity)

Semestre: II CFU: 6 Ore: 42 SSD: FIS/02

Docente: Luigi Martina

Breve presentazione e obiettivi del corso:

Il corso intende presentare la fenomenologia dei sistemi microscopici dei sistemi relativistici. Verranno introdotti gli strumenti tecnici basilari per risolvere semplici problemi di fisica quantistica e relativistica, sottolineando la struttura gruppale della cinematica, lo spazio di Hilbert dello spazio dei vettori di stato, l'algebra degli osservabili fisici, il problema della misura e l'evoluzione temporale degli stati fisici. Le conseguenze fisiche dell'esistenza delle particelle identiche.

The course is aimed to present the phenomenology of the microscopic systems of relativistic systems. Basic technical tools will be introduced to solve simple problems of quantum and relativistic Physics, underlining the group structure of kinematics, the Hilbert space of state vectors, and the convexity of the state space, the algebra of the observables, the measurement problem in MQ, the temporal evolution of physical states. The basic consequences of the existence of identical particles.

Programma dettagliato delle lezioni:

1) Introduzione alla fenomenologia dei sistemi microscopici

Raggi catodici, Esperienza di Millikan, Moti browniani, Esperienza di Michelson-Morley, radiazione di Corpo Nero, Emissione ed assorbimento di radiazione da parte dei gas, Effetto fotoelettrico, Effetto Compton, Decadimenti radioattivi. Esperienza di Davisson-Germer, Esperienza di Stern-Gerlach, Interferenza da singolo fotone, Interferenza da singolo elettrone.

2) Introduzione alla Relatività Speciale

Invarianza delle Equazioni Maxwell, Postulati di Einstein, Metrica di Minkowski, dilatazione dei tempi, Spazio-tempo di Minkowski, Trasformazioni di Lorentz, Gruppo di

Lorentz, contrazione delle lunghezze, composizione delle velocità, Precessione di Thomas, formalismo covariante. Azione della particella libera relativistica. Lagrangiana e Hamiltoniana relativistica. Momento ed energia, Invariate energia-impulso. Particelle di massa nulla, difetto di massa. Equazione del moto relativistica, Urti relativistici. Interpretazione dell'effetto Compton.

3) Osservabili dei Sistemi Microscopici.

Interpretazione di Planck della radiazione di Corpo Nero. Interpretazione di Einstein dell'effetto fotoelettrico, Fotone, Relazioni di Planck-Einstein-de Broglie. Polarizzazione, Spin, legge di Malus, interpretazione statistica. Osservabili incompatibili. Sistemi completi di Osservabili. Evoluzione temporale.

4) Formalismo della Meccanica Quantistica (MQ)

Spazio degli Stati. Osservabili. matrice densità. Postulati della MQ. Spettro degli osservabili, elementi di matrice e loro interpretazione fisica. Problema della misura in MQ. Quantizzazione canonica. Equazioni di Schroedinger, Heisenberg, Dirac. Entanglement.

5) Sistemi quantistici elementari.

Sistemi a due livelli. Frequenza di Rabi. Atomi in cavità. Oscillatore armonico. Stati del momento angolare. Dinamica sulla retta. Effetto tunnel. Dinamica in potenziali centrali. Atomo di idrogeno. Correzioni relativistiche. Particelle identiche. Fermioni e Bosoni. Spazio di Fock.

Programma delle lezioni (in inglese):

1) Introduction to the phenomenology of microscopic systems

Cathode Rays, Millikan Experiment, Brownian motion, Michelson-Morley Experience, Black Body Radiation, Gas Emission/Absorption of Radiation, Photoelectric Effect, Compton Effect, Radioactive Decay. Experience of Davisson-Germer, Stern-Gerlach Experience, Single-photon interference, Single electron interference.

2) Introduction to Special Relativity

Invariance of Maxwell Equations, Einstein's Postulates, Minkowski Metrics, Time Expansion, Minkowski Space-Time, Lorentz Transformations, Lorentz Group, Length Shrinkage, Speed Composition, Thomas Precession, Covariance Formalism. Relative relativistic

particle action. Lagrangian and Hamiltonian relativistic. Moment and Energy, Unchanged energy-impulse. Massive ground particles, mass defect. Relativistic motion equation, relativistic cries. Interpretation of the Compton effect.

3) Observable of Microscopic Systems.

Planck's Black Body Radiation Interpretation Einstein's Interpretation of the Photoelectric Effect, Photon, Planck-Einstein-de Broglie's Reports. Polarization, Spin, Malus' Law, Statistical Interpretation. Incompatible Observables. Complete Systems of Observables. Time evolution.

4) Quantum Mechanics Formalism (MQ)

States Space. Observables. Matrix density. Postulates of MQ. Observable spectrum, matrix elements and their physical interpretation. Measurement problem in MQ. Canonical quantization. Equations of Schroedinger, Heisenberg, Dirac. Entanglement.

5) Elementary quantum systems.

Two-level systems. Rabi frequency. Atoms in cavities. Harmonic oscillator. Angular Momentum states. Dynamic on the line. Tunnel effect. Dynamics in central potentials. The Hydrogen atom. Relativistic corrections. Identical particles. Fermions and Bosons. Fock Space.

Prerequisiti: Laurea Triennale in Matematica

Testi di riferimento:

G. Nardulli: Meccanica quantistica, Vol. 1 e 2 (Franco Angeli, 2001)

C.M. Becchi, M. D'Elia: Introduction to the Basic Concepts of Modern Physics (Springer, 2007)

Testi di complemento

G. C. Ghirardi: Un'occhiata alle carte di dio (Il Saggiatore, 2009)

R. P. Feynman: La Fisica di Feynman, Vol III (Zanichelli, 2007)

L. Takhtajan: Quantum Mechanics for Mathematicians

Metodi d'esame: Orale

Orario di ricevimento: tutti i giorni, nell'orario 11.00-12.00, da concordare nei periodi di lezione.

1.10 Probabilità

Semestre: II CFU: 9 Ore: 63 SSD: MAT/06

Docenti: Carlo Sempì

Breve presentazione e obiettivi del corso: Il corso si prefigge di presentare agli studenti la probabilità basata sulla teoria della misura. Si estendono e rendono rigorosi concetti e metodi incontrati nel corso della Laurea triennale e si forniscono gli strumenti fondamentali della probabilità moderna che consentono di leggere i testi più avanzati della probabilità e di affrontare le applicazioni a altre discipline, in primis alla Statistica Matematica.

Programma delle lezioni:

Misure. Spazi misurabili e di misura. Funzioni semplici, funzioni misurabili. Definizione d'integrale. Proprietà dell'integrale. Misura immagine. Misure definite da una densità e Teorema di Radon-Nikodym. Misura prodotto. Convergenza di variabili aleatorie. Lemmi di Borel-Cantelli. Convergenze quasi certa, in probabilità, in L^p . Convergenza debole. Convergenze vaga e stretta. Funzioni caratteristiche: definizione, teorema d'inversione. Funzioni caratteristiche e momenti; legge della somma di variabili aleatorie indipendenti. Teoremi limite: Teoremi del Limite Centrale (TLC): condizioni sufficienti (teorema di Lindeberg-Lévy), cenno alle condizioni necessarie. Leggi dei Grandi Numeri deboli e forti (teoremi di Rajchamn, di Kolmogorov, di Khinchin-Kolmogorov). Speranze condizionate: definizione e proprietà. Martingale: definizione, esempi. Tempo d'arresto. Arresto di martingale. Convergenza in L^p e quasi certa. Sottomartingale (decomposizione di Doob) e convergenza. Martingale rovesciate. Applicazioni (Teorema di Radon-Nikodym, Legge 0-1 di Kolmogorov, serie aleatorie).

Prerequisiti: I corsi di Istituzioni di Analisi Superiore I e II

Testi di riferimento: Oltre agli appunti del corso disponibili in rete

Jean Jacod, Philip Protter, Probability essentials, Springer, Berlin-Heidelberg, 2000

David Williams, Probability with martingales, Cambridge University Press, 1991

Metodi d'esame: esame orale

Orario di ricevimento: Oltre che nell'orario di ricevimento che è pubblicato nella Bachecca, gli studenti possono chiedere spiegazioni e chiarimenti per appuntamento all'indirizzo di posta elettronica carlo.sempi@unisalento.it

1.11 Geometria Differenziale (Differential Geometry)

Semestre: II CFU: 9 Ore: 63 SSD: MAT/03

Docente: Domenico Perrone

Breve presentazione e obiettivi del corso:

Il corso si propone di introdurre gli studenti ai concetti di base delle varietà differenziabili, dei gruppi di Lie e in particolare della geometria riemanniana, prestando una particolare attenzione alla scelta degli esempi.

The purpose of this course is to introduce the students to basic concepts and methods of the differentiable manifolds, of the Lie groups and in particular of the Riemannian geometry, with particular regard to the choice of the examples.

Programma delle lezioni:

- Varietà differenziabili e applicazioni differenziabili. Esempi. Spazio tangente in un punto a una varietà differenziabile e campi di vettori. Il fibrato tangente. Il differenziale di un'applicazione differenziabile. Tensori e campi di tensori su una varietà differenziabile. Immersioni e sottovarietà con esempi.
- Concetti di base su gruppi di Lie ed algebre di Lie con esempi.
- Metriche riemanniane. Gli spazi modello della geometria riemanniana. Altri esempi. Immersioni e sottovarietà riemanniane. Struttura di spazio metrico su una varietà riemanniana. Isometrie. I gruppi di isometrie dello spazio euclideo, della sfera canonica e dello spazio iperbolico. Connessione lineare su una varietà differenziabile. Derivata covariante. Trasporto parallelo. Curve geodetiche. La connessione di Levi-Civita. Curve geodetiche dal punto di vista riemanniano. Connessione di Levi-Civita di sottovarietà riemanniane. Esempi di curve geodetiche. Curvatura riemanniana e spazi di curvatura costante (cenni).

Programma delle lezioni (in inglese):

- Differentiable manifolds and differentiable maps. Examples. The tangent space at a point of a differentiable manifold and vector fields. The tangent bundle. The differential

of a differentiable map. Tensors and tensor fields on a differentiable manifold. Immersions and submanifolds with examples.

- Basic notions on Lie groups and Lie algebras with examples.
- Riemannian metrics. The model spaces of Riemannian geometry, and other examples. Riemannian submanifolds. Structure of metric space on a Riemannian manifold. Isometries. The isometries groups of the Euclidean space, of the canonical sphere and of the hyperbolic space. Linear connection on a differentiable manifold. Covariant derivative. Parallelism. Geodesics. The Levi-Civita connection of a Riemannian manifold. The Levi-Civita connection of a Riemannian submanifold. Study of the geodesic curves from the Riemannian point of view. Examples of di geodesic curves. Riemannian curvature and space of constant curvature (short presentation).

Prerequisiti: Contenuto dei corsi di Geometria e Analisi della laurea triennale in Matematica.

Testi di riferimento:

D.Perrone, Un'introduzione alla geometria riemanniana, Aracne Editrice, Roma, 2011.

M. P. do Carmo, Riemannian Geometry, Birkhauser, Boston-Basel - Berlin, 1993.

Metodi d'esame: Prova orale

Orario di ricevimento: alla fine di ogni lezione. Altri giorni per appuntamento.

1.12 Teoria dei codici (Code Theory)

Semestre: II CFU: 9 Ore: SSD: Mat/03

Docente: Mauro Biliotti

Breve presentazione e obiettivi del corso

Il corso intende introdurre gli elementi fondamentali della teoria algebrica dei codici correttori di errori, approfondendone alcuni aspetti. I contenuti del corso mirano a consentire allo studente di acquisire autonoma capacità di muoversi nel campo della teoria dei codici correttori di errori.

The aim of the course is to introduce the basic elements of the algebraic theory of error-correcting codes, studying in deep some aspects. The goal is that each student has his own ability to move in error-correcting codes theory.

Programma dettagliato delle lezioni:

Codici correttori di errori: definizioni fondamentali. Codici lineari. Peso, peso minimo e decodifica di massima probabilità. Decodifica mediante tabella standard e mediante sindrome. Codici duali. Relazioni tra i parametri di un codice. Codici ciclici e loro rappresentazione algebrica. Polinomi generatori di un codice e del suo duale. Idempotenti e ideali minimali per i codici ciclici binari. Trasformata di Fourier discreta e i polinomi di Mattson-Solomon. BCH codici e loro proprietà. I codici di Reed Solomon e loro proprietà. Distribuzione dei pesi in un codice. Equazioni di MacWilliams. Relazioni tra codici e disegni. Il teorema di Assmus-Mattson

Programma delle lezioni (in inglese):

Error correction codes: fundamental definitions. Linear Codes. Weight, minimum weight and maximum likelihood decoding. Decode by standard array and by syndrome. Dual codes. Relationships between the parameters of a code. Cyclic codes and their algebraic representation. Generator polynomials of a code and of its dual. Idempotents and minimal ideals for binary cyclic codes. Discrete Fourier Transform and Mattson-Solomon polynomials. BCH codes and their properties. The Reed Solomon codes and their properties.

Weight distribution in a code. MacWilliams equations. Codes and designs relationships.
The Assmus-Mattson Theorem.

Prerequisiti: Algebra I e II

Testi di riferimento:

V. Pless : “Introduction to the theory of Error-Correcting Codes” Wiley-Interscience; 3
edition (July 2, 1998)

L. Giuzzi: “Codici Correttori” Springer Verlag Italia, Milano 2006

Metodi d’esame:

L’esame finale consiste di una prova orale. Gli studenti dovranno prenotarsi per l’esame
finale utilizzando esclusivamente le modalità on-line previste dal sistema VOL.

Orario di ricevimento:

Lunedì dalle 11.00 alle 13.00 e Mercoledì dalle 9.00 alle 11.00 Negli altri giorni per
appuntamento via e-mail.

1.13 Matematica per la Finanza (Mathematical Methods for Finance)

Semestre: II CFU: 6 Ore: 42 SSD: SECS-S/06

Docente: Donato Scolozzi

Programma delle lezioni:

OPERAZIONI FINANZIARIE E STRUTTURA DEL MERCATO.

Generalità sui problemi trattati in matematica finanziaria. L'equazione di L.A. CAUCHY: struttura e proprietà fondamentali delle soluzioni. Modello principale di capitalizzazione di un capitale. La funzione valore: definizione e proprietà. Grandezze caratteristiche finanziarie: tasso di interesse, tasso di sconto e relative intensità. Intensità istantanea di interesse. Rendimento a scadenza. Legame tra la funzione valore e l'intensità istantanea di interesse: caso di coincidenza tra le date di stipula e di valutazione di un importo e caso generale. Proprietà di scindibilità secondo CANTELLI-INSOLERA. Tasso di interesse a-pronti e tasso di interesse a-termine in regime di capitalizzazione composta. Tassi equivalenti su periodi frazionati in modi diversi. Valore attuale di un flusso di importi rispetto ad una assegnata funzione valore. Tasso interno di rendimento di un flusso di importi. Teorema di esistenza e di unicità del tasso interno di rendimento nel caso di poste monetarie non negative. Esistenza ed unicità nel caso di poste monetarie non necessariamente non negative. Metodo delle tangenti di Newton per il calcolo numerico delle radici di una equazione. Applicazione del metodo di Newton per la determinazione approssimata del tasso interno di rendimento. Metodo di bisezione dell'intervallo per la determinazione del valore approssimato della radice di una equazione. Valore attuale e valore montante in regime di capitalizzazione composta e a tasso costante di rendite certe, temporanee, differite. Valore attuale di una rendita perpetua. Rendite a rate variabili in progressione aritmetica ed in progressione geometrica. Rendite con rate e tasso variabili senza una legge prefissata. Generalità sugli ammortamenti. Preammortamento. Ammortamenti a rimborso integrale. Ammortamenti a rimborso in soluzione unica del capitale e a rimborso rateale degli interessi. Ammortamenti a quote capitali costanti. Ammortamenti

a rata costante. Ammortamenti americano e tedesco. Reddito di un flusso di importi. Rendimento periodale. Reddito di un bullet bond quando le cedole sono reinvestite e/o scontate a tasso di interesse diverso da quello nominale. La funzione valore ed il mercato dei capitali. La tecnica del "coupon stripping". Struttura di un mercato a due periodi: tasso di rendimento definito implicitamente. Struttura per scadenza dei tassi di interesse. Tassi a-termine definiti implicitamente da una assegnata sequenza di tassi a-pronti. Tassi a-pronti definiti implicitamente da una sequenza di tassi a-termine assegnata. Rendimenti a-pronti e rendimenti a-termine. Legame tra la curva dei tassi a-pronti e quella dei tassi impliciti. Prezzo di equilibrio di un bullet bond inserito in una struttura di tassi. Tasso di parità definito da una successione di tassi a-pronti. Titolo a cedola implicita definito da un capitale C . Tasso effettivo di rendimento di un bullet bond valutato sotto la pari, alla pari e sopra la pari.

INDICI TEMPORALI DI UN FLUSSO DI IMPORTI.

Maturity di un titolo. Scadenza media aritmetica e scadenza media di un flusso di importi. Durata media. Definizione di duration secondo MACAULAY. Dipendenza della duration dall'istante di riferimento. Dimensione della duration. Interpretazione "fisica" della duration. Duration di uno zero coupon bond. Duration di un titolo con rata e tasso di interesse costanti. Duration dei vari tipi di rendite. Duration di una rendita perpetua. Duration di un titolo a restituzione integrale del capitale ed a cedole e tasso di interesse costanti. Studio della duration rispetto alla vita a scadenza e rispetto al tasso di interesse nel caso di struttura piatta. Duration del secondo ordine. Dipendenza della duration del secondo ordine dall'istante di riferimento. Definizione di dispersione. Esempi di duration del secondo ordine e di dispersione per i titoli precedenti. Duration di ordine $n > 2$ per un flusso di importi. Relazioni differenziali tra i momenti di ordine consecutivo. Relazioni algebriche tra un momento di ordine n ed i momenti di ordine precedente. Dipendenza del valore attuale di un flusso di importi dal tasso di interesse (supposto costante) o dalla intensità di interesse (supposta costante). Elasticità, convexity e volatility-convexity del valore attuale di un flusso di importi: definizione e legame con la duration. Definizione di portafoglio di titoli. Valore attuale di un portafoglio di titoli. Duration e dispersione di

un portafoglio. Legame tra il valore attuale di un portafoglio e quello di ciascun titolo che forma il portafoglio. Duration del portafoglio e duration dei titoli componenti. Dispersione del portafoglio e dispersione dei titoli componenti. Evoluzione della struttura per scadenza in condizioni di certezza. Problemi di misurazione delle strutture per scadenza dei tassi di interesse. Rilevanza dei modelli evolutivi della struttura per scadenza dei tassi di interesse. Prezzi a pronti futuri e prezzi a termine in ipotesi di assenza di arbitraggio: conseguenze sulle varie funzioni finanziarie e in particolare sulla intensità istantanea di interesse. Relazione tra i valori attuali di un flusso di importi valutati in date successive. L'ipotesi di "price preserving" e sue conseguenze sulle varie funzioni finanziarie. L'ipotesi di "price preserving" nei modelli evolutivi e relativa opportunità di arbitraggio.

IMMUNIZZAZIONE DI IMPORTI: TEORIE SEMIDETERMINISTICHE.

L'immunizzazione classica. Copertura di una uscita singola. L'ipotesi di shift additivi. La definizione di immunizzazione finanziaria classica. Variazione delle varie funzioni finanziarie in ipotesi di shift costanti o variabili con la scadenza. Teorema di FISHER e WEIL. Copertura di una uscita singola mediante due titoli a capitalizzazione integrale. Ricerca del tempo ottimo di smobilizzo. Copertura di uscite multiple: insufficienza del teorema di Fisher e Weil a coprire uscite multiple. Ipotesi di mercato perfetto. Definizione di tasso locale di interesse (spot rate) in un mercato continuo. Variazione del prezzo di un titolo del tipo zero coupon bond in un mercato perfetto in funzione del tasso locale di interesse. Equazione differenziale del tasso locale di interesse che traduce l'ipotesi keynesiana di "normal backwardation": soluzione relativa. Funzione valore, rendimento a scadenza ed altre funzioni finanziarie relative a tale tipo di tasso locale.

CENNI DI TEORIA DELLE OPZIONI FINANZIARIE.

Aspetti elementari. Opzioni call e put. Combinazioni di opzioni. Alcune limitazioni del prezzo di acquisto di una opzione. Il modello di Black e Sholes . Alcune conseguenze ed alcune generalizzazioni.

N.B. Il programma indicato è di massima. Il docente si riserva quindi di apportare eventuali modifiche nel corso delle lezioni.

Prerequisiti: Nessuno

Testi di riferimento:

M. DE FELICE - F. MORICONI. La teoria dell'immunizzazione finanziaria. Modelli e strategie. Il Mulino Ricerca. 1991.

F. MORICONI. Matematica finanziaria. Il Mulino. 1994

G. CASTELLANI ? M. DE FELICE ? F. MORICONI, Manuale di finanza. I. Tassi d'interesse. Mutui e obbligazioni. Il Mulino, 2005.

Metodi d'esame: Esame scritto con discussione orale della prova scritta.

Orario di ricevimento: Da stabilire all'inizio del corso. Verrà indicato sulla pagina web istituzionale del docente.

1.14 Data Mining

Semestre: II CFU: 6 Ore: 42 SSD: ING-INF/05

Docente: Massimo Cafaro

Breve presentazione e obiettivi del corso:

Il corso fornisce una moderna introduzione al data mining, un insieme di tecniche, algoritmi e metodologie per scoprire la struttura, patterns e relazioni in insiemi di dati (tipicamente, quelli più grandi) e fare previsioni. Le applicazioni del data mining stanno già accadendo intorno a noi, e se ben fatte, possono a volte anche passare inosservate. Come funziona la ricerca sul web di Google? Come fa Shazam a riconoscere una canzone? Come fa Netflix a raccomandare film a ciascuno dei suoi utenti? I principi del data mining forniscono le risposte di base a queste e ad altre domande simili. Il data mining abbraccia i campi dell'informatica, dello statistical machine learning e dei database. Obiettivo del corso è mettere in grado gli studenti di esplorare, analizzare e sfruttare i dati disponibili al fine di trasformarli in informazioni quantitative e qualitative di valore ed interesse per una azienda, ad esempio ai fini di un processo di decision-making.

Obiettivi del corso:

Dopo aver seguito il corso, lo studente dovrebbe essere in grado di:

- descrivere ed utilizzare le principali tecniche di data mining;
- comprendere le differenze tra algoritmi diversi che risolvono uno stesso problema e riconoscere quale algoritmo è il migliore rispetto a condizioni diverse;
- affrontare nuovi problemi di data mining scegliendo i metodi più appropriati e giustificando le proprie scelte;
- affrontare nuovi problemi di data mining progettando appositi algoritmi e valutando i risultati;
- spiegare i risultati ottenuti sperimentalmente anche a persone con un background teorico diverso da statistica e/o informatica.

Short overview:

The course provides a modern introduction to data mining, which spans techniques, algorithms and methodologies for discovering structure, patterns and relationships in data sets (typically, large ones) and making predictions. Applications of data mining are already happening all around us, and, when they are done well, sometimes they even go unnoticed. For instance, how does the Google web search work? How does Shazam recognize a song? How does Netflix recommend movies to its users? The principles of data mining provide answers to these and others questions. Data mining overlaps the fields of computer science, statistical machine learning and data bases. The course aims at providing the students with the knowledge required to explore, analyze and leverage available data in order to turn the data into valuable and actionable information for a company, for instance, in order to facilitate a decision-making process.

Learning outcomes:

After the course the student should be able to:

- describe and use the main data mining techniques;
- understand the differences among several algorithms solving the same problem and recognize which one is better under different conditions;
- tackle new data mining problems by selecting the appropriate methods and justifying his/her choices;
- tackle new data mining problems by designing suitable algorithms and evaluating the results;
- explaining experimental results to people outside of statistical machine learning or computer science.

Programma delle lezioni:

Introduzione al corso. Map-Reduce. (2 ore) Mining data streams. Frequent Items. (6 ore) Frequent Itemsets ed association rules. (4 ore) Mining similar items e Locality-Sensitive Hashing. (2 ore) Analisi di grafi. Link analysis e PageRank. (2 ore) Clustering. (4 ore) Recommendation systems. (4 ore) Mining Social-Network Graphs. (4 ore) Dimensionality reduction. (2 ore) Classification. (6 ore) Esercitazioni (6 ore).

Syllabus:

Introduction. Map-Reduce (2 hours) Mining data streams. Frequent Items. (6 hours) Frequent Itemsets and association rules. (4 hours) Mining similar items and Locality-Sensitive Hashing. (2 hours) Graph analysis. Link analysis and PageRank. (2 hours) Clustering. (4 hours) Recommendation systems. (4 hours) Mining Social-Network Graphs. (4 hours) Dimensionality reduction. (2 hours) Classification. (6 hours) Drills: (6 hours)

Prerequisiti:

Analisi Matematica. Probabilità e statistica. Algebra lineare. Programmazione ed analisi di algoritmi.

Prerequisite:

Calculus. Probability and Statistics. Linear Algebra. Programming skills.

Preparatory courses:

None.

Testi di riferimento:

Mining of Massive Datasets. J. Leskovec, A. Rajaraman and J. Ullman

Disponibile gratuitamente online

<http://www.mmds.org>

Data Mining and Analysis M. J. Zaki and W. Meira

Disponibile gratuitamente online

<http://dataminingbook.info>

Textbooks:

Mining of Massive Datasets. J. Leskovec, A. Rajaraman and J. Ullman

Freely available online

<http://www.mmds.org>

Data Mining and Analysis M. J. Zaki and W. Meira

Freely available online

<http://dataminingbook.info>

Metodi d'esame:

L'esame è orale. Durante l'esame, allo studente viene chiesto di illustrare argomenti teorici per verificare la sua conoscenza e comprensione degli argomenti.

Examination:

Oral exam. During the exam the student is asked to illustrate theoretical topics in order to verify his/her knowledge and understanding of the topics.

Orario di ricevimento:

Previo appuntamento da concordare via email o al termine delle lezioni.

Office Hours:

By appointment; contact the instructor by email or at the end of class meetings.

1.15 Advanced Control Techniques

Semester: II **CFU:** 12 **Hours:** 98 **SSD:** ING-INF/04

Professor: Giuseppe Notarstefano

Overview:

In this course we will provide advanced control methodologies, beyond the basic tools for linear systems provided in the undergraduate courses, to analyze structural properties and design control strategies for nonlinear dynamical systems and multi-agent network systems. In the first part of the course, we will focus on selected design tools, based on optimization methods, to control nonlinear systems. After setting up the bases of nonlinear optimization, optimal control methods for dynamical systems will be introduced. Then, nonlinear control techniques, based on these tools, will be presented. The second part of the course will focus on a novel class of dynamical systems, namely cyber-physical network systems. They are multi-agent systems consisting of many control subsystems that aim at performing global tasks via local communication in a cooperative way. Selected distributed control and optimization techniques will be provided to solve complex tasks in a cooperative way. The proposed techniques will be applied to a number of example domains, including mobile robotics, to bridge the gap between theory and application.

Learning Outcomes; after the course the student should be able to

- * Analyze optimality conditions and design algorithms for constrained optimization problems.
- * Solve optimal control problems for dynamical systems.
- * Design selected feedback control laws for nonlinear dynamical systems.
- * Design basic distributed control and optimization algorithms for multi-agent network systems.

Course content:

Course introduction and modeling of dynamical systems: examples of dynamical systems in different areas; models from autonomous (aerial) robotics. (6 hours).

Nonlinear optimization: necessary and sufficient conditions for constrained optimization; duality theory; primal and dual optimization algorithms. (30 hours)

Optimal control: optimality conditions for discrete-time and continuous-time optimal control; solution of linear quadratic optimal control problems; algorithms for nonlinear optimal control problems. (24 hours)

Selected topics on nonlinear control strategies for stabilization, trajectory tracking and maneuver regulation; application to the control of autonomous aerial robots. (18 hours)

Distributed control and optimization: modeling of a multi-agent control system and distributed algorithms; linear consensus algorithms in multi-agent control systems; distributed control laws for rendezvous, containment and formation control; selected distributed optimization algorithms. (30 hours)

Prerequisite: Foundations of analysis, linear algebra and linear systems theory. Students are invited to contact the instructor if they do not have some of the prerequisites, but still are interested in the course.

References: The course is based on the following recommended books and a set of articles which will be made available throughout the term.

Recommended books

D. Bertsekas. Nonlinear Programming.

F. Bullo. Lectures on Network Systems.

D. Liberzon. Calculus of Variations and Optimal Control Theory.

H. K. Khalil. Nonlinear Systems.

Examination: The final exam consists of two parts: written and oral.

Office hours: To be determined depending on the course schedule.

II anno

2.16 Ottimizzazione Combinatoria (Combinatorial Optimization)

Semestre: I CFU: 9 Ore: 63 SSD: MAT/06

Docente: Paolo Nobili

Breve presentazione e obiettivi del corso: Lo scopo del corso è quello di fornire una panoramica dei concetti fondamentali dell'ottimizzazione combinatoria e presentare alcuni degli algoritmi principali per la soluzione di problemi combinatori.

The aim of the course is to provide an overview of the fundamental concepts in combinatorial optimization and present some of the main algorithms for solving combinatorial problems.

Programma delle lezioni:

1. Problemi e algoritmi dell'Ottimizzazione Combinatoria: introduzione e richiami di metodi e modelli della Ricerca Operativa.
2. Il paradigma algoritmico Primale-Duale: descrizione; applicazione al problema di cammino minimo; applicazione al problema di massimo flusso. Algoritmi Primali-Duali per massimo flusso e cammino minimo: Ford-Fulkerson e Dijkstra. Algoritmi Primali-Duali per flusso a costo minimo.
3. Algoritmi e complessità computazionale: algoritmi polinomiali; non-polinomialità del metodo del simplesso; il metodo dell'ellissoide per la Programmazione Lineare; algoritmi efficienti per il problema di massimo flusso.

4. Il problema del Matching: matching bipartito e sua correlazione con il problema di flusso su reti; matching non-bipartito e blossoms; matching pesato (cenni); il metodo ungherese per il problema di assegnamento; matching pesato non-bipartito (cenni).
5. Matroidi: alberi ricoprenti; algoritmo Greedy.
6. Algoritmi di approssimazione ed euristiche: il problema di copertura con nodi come esempio; algoritmi di approssimazione per il problema del commesso viaggiatore.

1. Problems and algorithms in Combinatorial Optimization: introduction and review of methods and models of Operations Research.

2. The Primal-Dual algorithmic paradigm: description; application to the shortest path problem; application to the maximum flow problem. Primal-Dual algorithms for maximum flow and shortest path: Ford-Fulkerson and Dijkstra. Primal-Dual algorithms for minimum cost flow.

3. Algorithms and computational complexity: polynomial algorithms; Non-polynomiality of the simplex method; the ellipsoid method for Linear Programming; efficient algorithms for the maximum flow problem.

4. The Matching problem: bipartite matching and its correlation with the flow problem on networks; non-bipartite matching and blossoms; weighed matching (outline); the Hungarian method for the assignment problem; weighed non-bipartite matching (outline).

5. Matroids: spanning trees; the ?greedy? algorithm.

6. Approximation Algorithms and heuristics: the node cover problem as an example; approximation algorithms for the Traveling Salesman Problem.

Prerequisiti: Una conoscenza di base degli argomenti fondamentali di ricerca operativa (acquisita, ad esempio, con la frequenza dell'insegnamento di Ricerca Operativa previsto nel corso di studio triennale in Matematica) è utile ma non indispensabile.

Testi di riferimento:

Christos H. Papadimitriou, Kenneth Steiglitz, Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity. Dover Books.

Metodi d'esame: Esame orale: due domande su argomenti teorici presentati nel corso.

Orario di ricevimento: Mercoledì 16-18 o per appuntamento a seguito di accordi per posta elettronica.

2.17 Statistica Applicata (Applied Statistics)

Semestre: I CFU: 9 Ore: 63 SSD: MAT/06

Docente: Gianfausto Salvadori

Breve presentazione e obiettivi del corso:

Il Corso fornisce nozioni fondamentali di Statistica, sia parametrica sia non-parametrica. Il taglio del Corso è di tipo applicativo e numerosi esempi pratici (tratti dal mondo reale e dalle attività di ricerca del Docente) sono utilizzati per illustrare i concetti base introdotti durante le lezioni.

The Course introduces fundamental notions of Statistics, both parametric and non-parametric. The Course is of applied nature, and a number of practical examples (taken from the real world and the research activity of the Teacher) are used to illustrate the concepts outlined during the lessons.

Programma dettagliato delle lezioni:

1 PREMESSA 1.1 Cenni di Teoria della Misura 1.2 Modelli Statistici

2 SIMULAZIONE 2.1 Trasformazione Integrale di Probabilità 2.2 Ulteriori schemi di simulazione univariata 2.3 Copule e simulazione multivariata

3 STATISTICHE D'ORDINE 3.1 Definizioni e proprietà 3.2 Statistiche d'ordine estremali 3.3 Leggi delle statistiche d'ordine

4 TEORIA DEI VALORI ESTREMI 4.1 Modelli a blocchi 4.2 Modelli a soglia

5 STIMATORI 5.1 Modelli statistici esponenziali 5.2 Stimatori 5.3 Media e varianza campionarie 5.4 Confronto di stimatori 5.5 Disuguaglianza di Fréchet-Cramer-Rao 5.6 Sufficienza e completezza

6 TECNICHE DI STIMA 6.1 Il Metodo dei Momenti 6.2 Stimatori di Massima Verosimiglianza

7 CAMPIONI GAUSSIANI 7.1 Legge Chi-quadro 7.2 Legge t-Student 7.3 Legge di Fisher-Snedecor

8 VERIFICA DI IPOTESI 8.1 Teoria di Neyman-Pearson 8.2 Rapporto di verosimiglianza monotono 8.3 Rapporto di verosimiglianza generalizzato 8.4 Verifica di ipotesi per campioni Gaussiani 8.4.1 Test del Chi-quadro (Varianza) 8.4.2 Test t-Student (Speranza) 8.4.3 Test di Fisher-Snedecor (Confronto Varianze)

9 STIMA PER INTERVALLI 9.1 Metodo del pivot 9.2 IC per campioni Gaussiani

10 STATISTICA NON PARAMETRICA 10.1 I test del Chi-quadro 10.1.1 Test del Chi-quadro di adattamento 10.1.2 Test del Chi-quadro per l'indipendenza 10.1.3 Test del Chi-quadro per l'omogeneità 10.2 I test di Kolmogorov-Smirnov 10.2.1 Il test di adattamento di Kolmogorov-Smirnov 10.2.2 Il test di omogeneità di Kolmogorov-Smirnov 10.3 I test di Kendall e Spearman 10.3.1 Il test di indipendenza di Kendall 10.3.2 Il test di indipendenza di Spearman

11 ANALISI DELLA VARIANZA 11.1 Analisi della varianza ad una via 11.1.1 Inferenze su combinazioni lineari 11.1.2 Il test ANOVA ad una via 11.1.3 Stima simultanea di contrasti 11.2 Analisi della varianza a due vie

12 REGRESSIONE LINEARE 12.1 Regressione lineare semplice 12.1.1 Il metodo dei Minimi Quadrati (Interpolazione) 12.1.2 Stimatori BLUE 12.1.3 Il modello Normale condizionale 12.1.4 Stima e predizione nel modello Normale condizionale 12.2 Regressione lineare multipla

Programma delle lezioni (in inglese):

1 INTRODUCTION 1.1 Measure Theory 1.2 Statistical models

2 SIMULATION 2.1 Probability Integral Transformation 2.2 Further univariate simulation techniques 2.3 Copulas and multivariate simulation

3 ORDER STATISTICS 3.1 Definition 3.2 Extreme OS 3.3 Laws of OS

4 EXTREME VALUE THEORY 4.1 Block Models 4.2 Threshold Models

5 ESTIMATORS 5.1 Exponential statistical models 5.2 Estimators 5.3 Sample mean and variance 5.4 Comparison of estimators 5.5 Fréchet-Cramer-Rao inequality 5.6 Sufficiency and completeness

6 ESTIMATING TECHNIQUES 6.1 Method of Moments 6.2 Maximum Likelihood

7 GAUSSIAN SAMPLES 7.1 Chi-square law 7.2 t-Student law 7.3 Fisher-Snedecor law
8 HYPOTHESIS TESTING 8.1 Neyman-Pearson Theory 8.2 Monotone Likelihood Ratio
8.3 Generalized Likelihood Ratio 8.4 Testing Gaussian Samples 8.4.1 Chi-square test 8.4.2
t-Student test 8.4.3 Fisher-Snedecor test
9 CONFIDENCE INTERVALS 9.1 Pivot Method 9.2 Intervals for Gaussian Samples
10 NON-PARAMETRIC STATISTICS 10.1 Chi-square tests 10.2 Kolmogorov-Smirnov
tests 10.3 Kendall and Spearman tests
11 ANALYSIS OF VARIANCE 11.1 One-way ANOVA 11.2 Two-ways ANOVA
12 LINEAR REGRESSION 12.1 Simple Linear Regression 12.1.1 Least Squares 12.1.2
BLUE 12.1.3 Normal Conditional model 12.2 Multiple Linear Regression

Prerequisiti:

Nozioni elementari di Teoria delle Probabilità e conoscenza delle principali distribuzioni di probabilità, sia continue sia discrete.

Elementary notions of Probability Theory, and knowledge of the fundamental probability distributions, both discrete and continuous ones.

Propedeuticità:

Corso base di Teoria delle Probabilità.

Basic Course of Probability Theory.

Testi di riferimento:

Dispense fornite dal Docente (PDF).

Notes provided by the Teacher (PDF).

Metodi d'esame:

Orale sui contenuti del Corso.

Oral exam concerning the topics of the Course.

Orario di ricevimento: Sempre, previa prenotazione via e-mail al Docente.

Always, by booking in advance via e-mail to the Teacher.

2.18 Algoritmi e complessità (Algorithms and Computational Complexity)

Semestre: I CFU: 6 Ore: 42 SSD: INF/01

Docente: Antonio Caruso

Breve presentazione e obiettivi del corso: Il corso inizia con una parte dedicata ai modelli di calcolo, dove si presentano i principali risultati di calcolabilità e le tecniche di dimostrazione relativa. Successivamente si presentano i concetti relativi alla complessità computazionale, le principali classi di complessità e le relazioni tra le classi.

The course starts with a brief introduction to computational models: we review the main results of computability, and their proofs. After this, we present the main concept related to computational complexity, complexity classes and their mutual relation.

Programma dettagliato delle lezioni:

- Modelli di Calcolo: Linguaggi, Macchina di Turing, Funzioni Ricorsive, Modelli Distribuiti e Paralleli.
- Calcolabilità: Riduzioni tra linguaggi, Linguaggi Ricorsivi vs Ricorsivamente Enumerabili, dimostrazioni di non ricorsività
- Complessità: Definizioni, Classi di Complessità (Tempo e Spazio), relazioni, riduzioni polinomiali, classi P, NP, EXP. Problemi NP-Completi, Np-Hard. Dimostrazioni di Np-Completezza. Lettura di articoli scientifici su alcuni problemi NP-Completi.
- Complessità: Approximation Algorithms.
- Modelli Distribuiti: Algoritmi e Protocolli.
- *Computational Models: Languages, Turing Machines, Recursive Functions, Distributed and Parallel models.*

- *Computability: Reductions among languages, Recursive vs Recursive-Enumerable Languages, Proofs of Non Recursivity.*
- *Complexity: Definitions, Classes P, NP, EXP, relations among them, polynomial reductions. Complete problems. Hard Problems. Proofs of Completeness. Reading list on articles with Np-Complete proofs.*
- *Complexity: Approximation Algorithms.*
- *Distributed Models: Algorithms and Protocols.*

Prerequisiti: nessuno

Testi di riferimento: Note del docente

Metodi d'esame: Seminario

Orario di ricevimento: Mercoledì 15-18

2.19 Algebra Combinatoria (Combinatoric Algebra)

Semestre: I CFU: 9 Ore: 63 SSD: MAT/02

Docente: Rocco Chirivì

Breve presentazione e obiettivi del corso: Il corso tratta della teoria delle rappresentazioni del gruppo simmetrico come esempio rilevante dell'uso di tecniche combinatorie in algebra.

The course is about the representations of the symmetric group as a significant example of the interplay of algebra and combinatorics.

Programma delle lezioni: Rappresentazioni dei gruppi finiti, completa riducibilità delle rappresentazioni, lemma di Schur, le rappresentazioni irriducibili di S_3 , l'algebra gruppo, teoria dei caratteri, rappresentazioni indotte, il gruppo diedrale, tavole di alcuni gruppi simmetrici, rappresentazioni del gruppo simmetrico con i tableau.

Finite group representations, complete reducibility of representations, Schur lemma, the irreducible representations of S_3 , the group algebra, the character theory, induced representations, the dihedral group, the character tables of some symmetric groups, the irreducible representations of the symmetric groups.

Prerequisiti: nozioni elementari di teoria dei gruppi e spazi vettoriali

Testi di riferimento:

Renata Scognamillo, Rappresentazioni dei gruppi finiti e loro caratteri.

Metodi d'esame: esame orale

Orario di ricevimento: Verrà comunicato all'inizio del corso sulla pagina web istituzionale del docente.

2.20 Algebra Superiore (Advanced Algebra)

Semestre: II CFU: 9 Ore: 63 SSD: MAT/02

Docente: Salvatore Siciliano

Breve presentazione e obiettivi del corso: Il corso tratta gli aspetti principali della teoria degli anelli non commutativi e dei moduli su di essi e si propone di far acquisire allo studente un metodo di ragionamento rigoroso e la capacità di utilizzare il linguaggio specifico ed i metodi propri di questa disciplina.

The course deals with the main topics in the theory of non-commutative rings and their modules. It aims to provide students with a rigorous method of thinking and the ability to use the specific language and methods of this discipline.

Programma dettagliato delle lezioni: Moduli su un anello: definizione e prime proprietà. Teoremi di omomorfismo per moduli. Teorema di corrispondenza per moduli. Somme dirette interne ed esterne di una famiglia di moduli. Moduli semplici. Lemma di Schur e conseguenze. Serie di composizione di un modulo. Teorema di Jordan-Holder per moduli. Richiami sugli insiemi parzialmente ordinati ed il Lemma di Zorn. Moduli noetheriani ed artiniani. Un modulo ammette una serie di composizione se e solo se è noetheriano ed artiniano. Anelli noetheriani ed anelli artiniani.

Algebre su un anello commutativo e unitario. Algebra degli endomorfismi di un modulo. Algebre su campi. Rappresentazioni di algebre. Algebre di matrici. Algebre gruppali. Corpi ed algebre di divisione. Algebre dei quaternioni generalizzati. Anelli semplici. Algebre semplici. Semplicità degli anelli di matrici su corpi.

Moduli semisemplici e loro caratterizzazioni. Zoccolo di un modulo. La classe dei moduli semisemplici su un anello è chiusa per sottomoduli e quozienti. Condizioni di catena in moduli semisemplici. Componenti isotipiche di un modulo. Decomposizione di un modulo semisemplice nella somma diretta delle sue componenti isotipiche.

Annullatore di un sottoinsieme di un modulo. Ideali destri e sinistri di un anello. Radicale di Jacobson di un anello e caratterizzazioni. Il radicale di Jacobson di un anello coincide con l'intersezione degli ideali destri massimali. Elementi quasiregolari. Elementi nilpoten-

ti. Elementi idempotenti. Versione sinistra del radicale di Jacobson di un anello. Lemma di Nakayama. Ideali nilpotenti. Nilpotenza del radicale di Jacobson in anelli artiniani a destra. Anelli semiprimi e semiprimitivi.

Sottoanelli densi dell'anello degli endomorfi di uno spazio vettoriale su un corpo. Teorema della Densità di Jacobson. Moduli fedeli. Anelli primitivi. Teorema del doppio centralizzante. Caratterizzazione degli anelli semplici ed artiniani a destra. Ideali destri minimali di un anello. Decomposizione di Pierce. Teorema di Hopkins. Anelli semisemplici e caratterizzazioni. Struttura di un anello semisemplice. Teorema di Wedderburn-Artin e sue conseguenze. Algebre semisemplici. Algebre semisemplici su campi algebricamente chiusi. Algebre di divisione di dimensione finita su un campo. Teorema di Maschke. Cenni di teoria della rappresentazione dei gruppi finiti. Complemento del radicale di Jacobson di un'algebra. Teorema di Wedderburn-Malcev.

Base di un modulo. Moduli liberi. Moduli proiettivi. Un modulo è proiettivo se e solo se è un addendo diretto di un modulo libero. Un anello è semisemplice se e solo se ogni suo modulo è proiettivo. Moduli indecomponibili. Ideali destri minimalmente potenti di un anello. Moduli proiettivi indecomponibili su anelli artiniani a destra. Rivestimento proiettivo di un modulo.

Modules over a ring. Isomorphism theorems for modules. Correspondence theorem for modules. Direct sum of submodules. Product and coproduct of modules. Simple modules. Schur's Lemma. Composition series of a module. Jordan-Holder Theorem for modules. Noetherian and Artinian modules. A module has a finite composition series if and only if it is both an Artinian module and a Noetherian module. Noetherian and Artinian rings. Algebras over commutative rings. Endomorphism algebra of a module. Algebras over fields. Representations of an algebra. Matrix algebras. Group algebras. Skew fields and division algebras. Generalized quaternion algebras. Simple rings. Simple algebras. Full matrix rings over division rings are simple.

Semisimple modules and characterizations. Socle of a module. The class of semisimple modules is closed under submodules and quotients. Chain conditions for semisimple mo-

dules. Isotypic components of a module. Decomposition of a module as a direct sum of its isotypic components.

Annihilator of a subset of a module. Right ideals and left ideals of a ring. Jacobson radical of a ring and its characterizations. The Jacobson radical of a ring is the intersection of the maximal right ideals. Quasiregular elements. Nilpotent elements. Idempotent elements. Left-handed version of the Jacobson radical. Nakayama's Lemma. Nilpotent ideals. Nilpotency of the Jacobson radical of a right Artinian ring. Semiprime rings. Semiprimitive rings.

Dense subrings in the endomorphism ring of a vector space. Jacobson Density Theorem. Faithful modules. Primitive rings. Double Centralizer Theorem. Characterization of right Artinian simple rings. Minimal right ideals of a ring. Pierce decomposition. Hopkins Theorem. Semisimple rings and characterizations. Structure of semisimple rings. Wedderburn-Artin Theorem. Semisimple algebras. Semisimple algebras over algebraically closed fields. Finite-dimensional division algebras over a field. Mascke's Theorem. Representation theory of finite groups. Complement to the Jacobson radical of an algebra. Wedderburn-Malcev Theorem.

Basis of a module. Free modules. Projective modules. A module is projective if and only if it is a direct summand of a free module. A ring is semisimple if and only if all of its modules are projective. Indecomposable modules. Minimally potent right ideals of a ring. Projective indecomposable modules over right Artinian rings. Projective cover of a module.

Prerequisiti: conoscenze basilari di teoria dei gruppi, teoria degli anelli e algebra lineare.

Testi di riferimento:

I. M. Isaacs, Algebra. A graduate course. Brooks/Cole Publishing Company, California, 1994.

T. Y. Lam, A first course in noncommutative rings. Springer-Verlag, New York, 1991.

R. S. Pierce, Associative algebras. Springer-Verlag, New York, 1982.

Metodi d'esame: prova orale.

Orario di ricevimento: giovedì 14.00-16.00.

2.21 Analisi Funzionale (Functional Analysis)

Semestre: II CFU: 9 Ore: 63 SSD:MAT/05

Docenti: Michele Carriero (42 ore); Angela Albanese (21 ore).

Breve presentazione e obiettivi del corso (in italiano e in inglese):

Spazi di Banach, operatori lineari, alternativa di Fredholm. Banach spaces, linear operators, Fredholm theory.

Programma dettagliato delle lezioni:

Spazi di Banach. I teoremi di Hahn-Banach: forma analitica del teorema di Hahn-Banach (prolungamento di forme lineari); forme geometriche del teorema di Hahn-Banach. Compattezza in spazi metrici. Teorema di Ascoli-Arzelá. Il lemma di Baire. I teoremi di Banach-Steinhaus, dell'applicazione aperta e del grafico chiuso. Spazi duali: applicazione agli spazi L^p . Operatore aggiunto. Operatori compatti. La teoria di Riesz-Fredholm. Spettro di un operatore compatto. Decomposizione spettrale degli operatori autoaggiunti compatti.

Spazi di Sobolev e formulazione variazionale di problemi ai limiti in dimensione uno. Problema di Sturm-Liouville: autofunzioni e decomposizione spettrale. Topologie deboli. Spazi riflessivi. Spazi separabili (applicazione agli spazi L^p). Uniforme convessità.

Programma delle lezioni (in inglese):

Banach spaces. The analytic form of the Hahn-Banach theorem (extension of linear functionals). The geometric form of the Hahn-Banach theorem. Compactness in metric spaces. Theorem of Ascoli-Arzelá. The Baire category theorem. The Uniform Boundedness Principle, the Open Mapping Theorem and the Closed Graph Theorem. Dual spaces of the L^p spaces. Adjoint operator. Compact operator. The Riesz-Fredholm Theory. The spectrum of a compact operator. Spectral decomposition of self-adjoint compact operators.

Sobolev spaces and the variational formulation of boundary value problems in one dimen-

sion. Sturm-Liouville problemeigenfunction and spectral decomposition. Weak topology. Reflexive spaces. Separable spaces. Uniformly convex spaces.

Prerequisiti:

Analisi matematica di base, topologia generale, algebra lineare.

Testi di riferimento:

H. Brezis: *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*, Springer 2010.

A. Bressan: *Lecture Notes on Functional Analysis with applications to linear partial differential equations*, vol. 143 AMS 2013

A.N. Kolmogorov, S.V. Fomin: *Elementi di teoria delle funzioni e di Analisi Funzionale*, MIR 1980.

Metodi d'esame:

Prova orale di teoria con esercizi.

Orario di ricevimento: Orario di ricevimento pubblicato sulle pagine

<https://www.matfis.unisalento.it/schedapersonale/-/people/michele.carriero>.

<https://www.matfis.unisalento.it/schedapersonale/-/people/angela.albanese>.

2.22 Equazioni alle derivate parziali (Partial differential equations)

Semestre: II CFU: 9 Ore: 63 SSD: MAT/05

Docente: Diego Pallara

Breve presentazione e obiettivi del corso: Il corso fornisce agli studenti i risultati fondamentali relativi agli esempi classici di operatori alle derivate parziali. L'obiettivo è di indicare sugli esempi più semplici i metodi più usati per studiarli.

The course gives to the students the basic results on the classical PDOs. Its aim is to present the main methods through the most elementary examples.

Programma delle lezioni: Equazioni del primo ordine: metodo delle caratteristiche. Teoria delle distribuzioni. Operatori lineari generali. Problemi di Cauchy per gli operatori del calore e delle onde. Metodi classici per l'equazione di Laplace. Spazi di Sobolev. Metodi variazionali per equazioni ellittiche. Semigruppdi di operatori e applicazioni alle equazioni paraboliche.

First-order equations: method of characteristics. Distributions. Linear operators. Cauchy problem for heat and wave equations. Classical methods for the Laplace equations. Sobolev spaces. Variational methods for elliptic equations. Semigroups and applications to parabolic equations.

Prerequisiti: Calcolo differenziale per funzioni di variabili reali, integrale di Lebesgue, Analisi funzionale elementare, Algebra lineare e geometria analitica.

Testi di riferimento:

Bressan, Lecture notes in functional analysis, Amer. Math. Soc. 2012.

Evans, Partial Differential Equation, Amer. Math. Soc. 1998.

Gilbarg-Trudinger, Elliptic partial Differential Equations of Second Order, Springer 1983.

Treves, Basic Linear Partial Differential Equations, Academic Press 1975.

Metodi d'esame: una prova orale

Orario di ricevimento: alla fine di ogni lezione.