

Scheda Insegnamento
CdS Biotecnologie
A.A. 2015-16

Nome insegnamento: Matematica e Statistica

Docente: Prof.ssa Marina Popolizio

Breve presentazione e obiettivi del corso

Il corso si articola in 60 ore che comprendono sia le lezioni frontali che le esercitazioni. L'obiettivo del corso è quello di fornire agli studenti alcuni strumenti logico-matematici e statistici di base necessari a modellare fenomeni biologici. Inoltre il corso punta a fornire le conoscenze necessarie per una corretta lettura dei dati sperimentali.

Programma delle lezioni e delle esercitazioni/laboratori:

1. Elementi di teoria degli insiemi; operazioni fra insiemi: unione, intersezione, differenza insiemistica e prodotto cartesiano. Insiemi numerici: $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$. Operazioni algebriche, ordinamento, intervalli. Completezza di $\mathbb{R}$. Massimo e minimo, maggioranti e minoranti, estremo superiore ed estremo inferiore di un insieme. Principio di induzione
2. Funzioni reali e proprietà: iniettività, suriettività, biettività. Monotonia e invertibilità. Funzioni composte. Rappresentazione cartesiana e grafico di una funzione. Funzioni lineari. Funzioni elementari: valore assoluto, potenze, polinomi, radici, funzioni razionali, esponenziali, logaritmiche, funzioni trigonometriche e loro inverse. Richiami equazioni e disequazioni.
3. Successioni, limiti di successione, teorema di unicità del limite; successioni limitate. Operazioni con i limiti. Teorema della permanenza del segno; teorema dei carabinieri. Successioni monotone e teorema sulle successioni monotone. Successioni estratte; teorema di Bolzano-Weierstrass. Esempi: il numero di Nepero; la successione di Fibonacci.
4. Limiti di funzioni di variabile reale, teorema di caratterizzazione del limite mediante successioni, limiti notevoli, operazioni con i limiti, teorema sul limite delle funzioni composte, teorema della permanenza del segno, teoremi di confronto, infinitesimi ed infiniti, definizione di ordine per gli infiniti e gli infinitesimi, principio di sostituzione degli infinitesimi. Continuità delle funzioni e proprietà; esempi di discontinuità; teorema di esistenza degli zeri; teorema di esistenza dei valori intermedi; teorema di Weierstrass; secondo teorema di esistenza dei valori intermedi; criterio di invertibilità. Metodo di bisezione per la ricerca di zeri di funzione
5. Calcolo differenziale: derivata, operazioni con le derivate, regole di derivazione, teorema di derivazione delle funzioni composte, teorema di derivazione delle funzioni inverse, derivate delle funzioni elementari, significato geometrico della derivata, derivate successive, definizione di massimo e minimo relativo e assoluto, teorema di Fermat (condizione necessaria perché un punto sia di massimo o di minimo). **Teorema di Rolle, Teorema di Lagrange.** Funzioni crescenti e decrescenti; criterio di monotonia. Funzioni convesse e concave, criterio di convessità. Punti di flesso; metodo delle derivate successive. Asintoti. Teorema di L'Hopital. Metodo di Newton per la ricerca di zeri di funzione. Studio del grafico di funzione.
6. Calcolo integrale: somme inferiori e superiori, integrale inferiore e superiore, funzioni integrabili, condizione necessaria e sufficiente di integrabilità; proprietà degli integrali, **teoremi della media integrale, teorema fondamentale del calcolo integrale.** Caratterizzazione delle primitive di una funzione in un intervallo. Formula fondamentale del calcolo integrale. Integrazione di funzioni elementari. **Teorema di integrazione per parti**, teorema di integrazione per sostituzione. Calcolo degli integrali definiti.

7. Funzioni di due variabili reali: definizione, dominio, rappresentazione cartesiana. Derivate parziali e gradiente. Massimi e minimi relativi e condizione necessaria per tali punti.

8. Equazioni differenziali di tipo normale. Equazioni differenziali lineari del primo ordine. Integrare generale. Problema di Cauchy. Teorema di esistenza ed unicità per il problema di Cauchy relativo ad equazioni del 1° ordine lineare. Integrare generale delle equazioni lineari del 1° ordine. Equazioni di Bernoulli. Equazioni a variabili separabili. Studio delle equazioni differenziali lineari del secondo ordine a coefficienti costanti, omogenee e non.

9. Matrici. Operazioni con le matrici: somma, prodotto per uno scalare e prodotto riga per colonna. Determinante di una matrice quadrata mediante lo sviluppo di Laplace: definizioni e proprietà. Rango di una matrice. Sistemi lineari: teorema di Cramer. Cenni sul metodo di eliminazione di Gauss. Teorema di Rouchè-Capelli. Risoluzione dei sistemi.

Statistica e campioni. Tipi di dati e variabili. Distribuzioni di frequenza e distribuzioni di probabilità. La media campionaria; la varianza e la deviazione standard. Coefficiente di variazione. Calcolo di una proporzione. La probabilità di un evento. I diagrammi di Venn. Eventi incompatibili. Distribuzioni di probabilità discrete e continue. Teorema della somma delle probabilità. La regola del prodotto. Indipendenza di più di due eventi. Alberi di probabilità. Eventi dipendenti. La probabilità condizionata. Teorema della probabilità composta. Teorema di Bayes.

Ipotesi nulla e ipotesi alternativa.

La statistica test. La distribuzione nulla. Il P-value.

Gli errori nella verifica delle ipotesi: errori di tipo I e di tipo II.

I test unilaterali. Verifica delle ipotesi e intervalli di confidenza.

La distribuzione binomiale. Il test binomiale.

La stima delle proporzioni.

La formula e le proprietà della distribuzione normale. La distribuzione normale standardizzata e le tavole statistiche.

La distribuzione t di Student. L'intervallo di confidenza della media di una distribuzione normale.

Il test t per un campione.

La stima del coefficiente di correlazione lineare. La regressione lineare.

Verosimiglianza e la massima verosimiglianza.

Risultati di apprendimento previsti:

Comprensione del concetto di funzione, in particolare di funzione continua, di comportamento asintotico e di limite, di derivata e integrale.

Capacità di risolvere alcune equazioni differenziali del primo o secondo ordine.

Capacità di risolvere un sistema di equazioni lineari.

Conoscenza dei concetti di base della probabilità e della statistica.

Prerequisiti: Nessuno

Propedeuticità: Nessuna

Testi di riferimento:

P. MARCELLINI- C.SBORDONE: "Calcolo", Liguori Editore

P. MARCELLINI- C.SBORDONE: "Esercitazioni di matematica", Liguori Editore.

M. C. WHITLOCK e D. SCHLUTER, "Analisi statistica dei dati biologici", Zanichelli, 2009

Metodi didattici e modalità di esecuzione delle lezioni e delle esercitazioni/laboratori

Lezioni frontali

Metodi di valutazione degli studenti:

L'esame prevede una prova scritta che consiste nella risoluzione di alcuni esercizi simili a quelli svolti a lezione (studio completo di funzione, risoluzione di equazioni differenziali, risoluzione di un sistema lineare dipendente da parametro, esercizio di statistica) e della risoluzione di un quesito di carattere teorico su un argomento di analisi.

Orario di ricevimento: indicato sul sito web della docente ed inoltre su appuntamento mediante richiesta via e-mail.